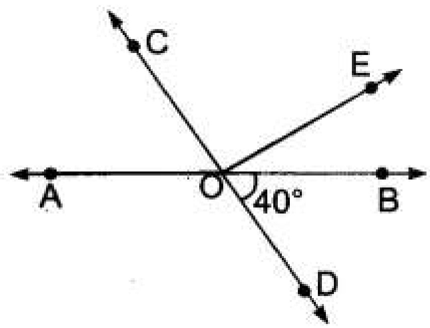
Chapter 6 Lines and Angles (रेखाएँ और कोण)

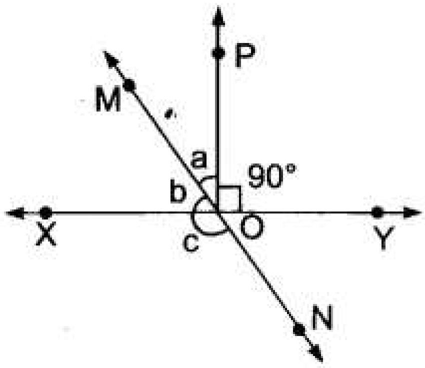
प्रश्नावलीं 6.1

प्रश्न 1.
दी गई आकृति में रेखाएँ AB और CD बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि ∠AOC + ∠BOE = 70° है और ∠BOD = 40° है तो ∠BOE और प्रतिवर्ती ∠COE ज्ञात कीजिए।



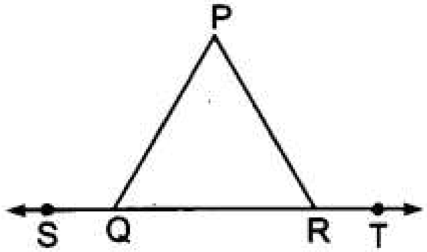
हल :
रेखाएँ AB तथा CD बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं।
∠AOC = ∠BOD (शीर्षाभिमुख कोण)
दिया है :
∠BOD = 40°
∠AOC = 40° …(1)
यह भी ज्ञात है कि ∠AOC + ∠BOE = 70°
∠BOE = 70° – ∠AOC
∠BOE = 70° – 40°
∠BOE = 30°
AB एक ऋजु रेखा है और उस पर स्थित बिन्दु O से OC तथा OE मिलती हैं।
∠AOC + ∠COE + ∠BOE = 180°
40° + ∠COE + 30° = 180°
∠COE = 180° – 40° – 30°
∠COE = 110°
तब प्रतिवर्ती ∠COE = 360° – 110° = 250°
अतः ∠BOE = 30° तथा प्रतिवर्ती ∠COE = 250°

प्रश्न 2.
दी गई आकृति में रेखाएँ XY और MN बिन्दु0 पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि ∠POY = 90° और d : b = 2 : 3 हो तो c ज्ञात कीजिए।



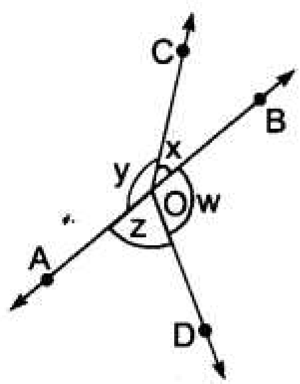
हल :
XY एक ऋजु रेखा है और ∠POY = 90°
∠POX + ∠POY = 180° (रेखीय युग्म)
परन्तु ∠POY = 90°
घटाने पर, ∠POX = 90°
∠POM + ∠MOX = a + b = 90° …(1)
दिया है :
a : b = 2 : 3
⇒ $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$
⇒ 2b = 3a
⇒ b = $\frac{3}{2}$a
समीकरण (1) से,
a + b = 90°
⇒ a + $\frac{3}{2}$a = 90° (b = $\frac{3}{2}$a)
⇒ $\frac{2a+3a}{2}$ = 90°
⇒ 5a = 180°
⇒ a = 36° ……(2)
ऋजु रेखाएँ XY और MN बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं।
∠XON = ∠YOM (शीर्षाभिमुख कोण)
∠XON = ∠MOP + ∠POY (आकृति से)
c = 2 + 90°
c = 36° + 90° = 126°
अतः c = 126°

प्रश्न 3.
दी गई आकृति में, यदि ∠PQR = ∠PRQ है तो सिद्ध कीजिए कि ∠PQS = ∠PRT है।



हल :
दी गई आकृति में SR एक ऋजु रेखा है और उसके बिन्दु Q पर रेखा PQ मिलती है।
∠PQS तथा ∠PQR एक रैखिक युग्म के कोण हैं।
∠PQS + ∠PQR = 180° …..(1)
पुनः QT एक ऋजु रेखा है जिसके बिन्दु R पर रेखा PR मिलती है।
अतः ∠PRT और ∠PRQ भी एक रैखिक युग्म के कोण हैं।
∠PRQ + ∠PRT = 180° ………(2)
समीकरण (1) व समीकरण (2) से,
∠PQS + ∠PQR = ∠PRQ + ∠PRT ……(3)
परन्तु दिया है कि ∠PQR = ∠PRQ ………(4)
तब समीकरण (3) में से समीकरण (4) को घटाने पर,
∠PQS = ∠PRT
Proved.

प्रश्न 4.
दी गई आकृति में यदि x + y = w + z है तो सिद्ध कीजिए कि AOB एक ऋजु रेखा है।

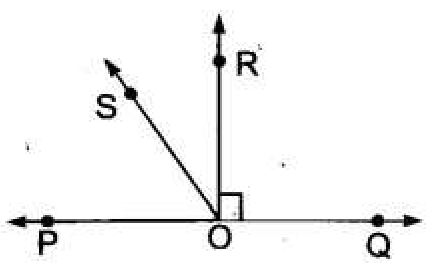


हल :
∠x, ∠y, ∠w व ∠z एक ही बिन्दु O पर बने हैं।
x + y + w + z = 360° …….(1)
परन्तु दिया है कि x + y = w + z
x + y – w – z = 0 ……..(2)
समीकरण (1) व समीकरण (2) को जोड़ने पर,
2x + 2y = 360°
⇒ x + y = 180° …(3)
समीकरण (3) से ∠x व ∠y दो आसन्न कोण हैं जिनका योग 180° है तथा रेखा OC दोनों कोणों की उभयनिष्ठ रेखा है, तब इन

कोणों की शेष भुजाएँ AO तथा OB एक सरल रेखा बनाएँगी।
अत: AOB एक ऋजु रेखा है।
Proved.

प्रश्न 5.
दी गई आकृति में, POQ एक रेखा है। किरण OR रेखा PQ पर लम्ब है। किरणों OP और OR के बीच में Os एक अन्य किरण है। सिद्ध कीजिए :
$\angle ROS = \frac{1}{2}$

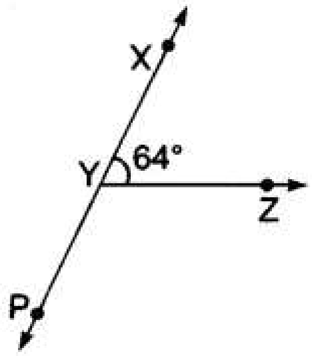
$(\angle QOS - \angle POS)$



हल :
POQ एक ऋजु रेखा है और किरण OR, रेखा PQ पर लम्ब है।
$\angle QOR = 90°$ और $\angle POR = 90°$
$\angle POR = 90°$
$\angle POS + \angle ROS = 90°$ (आकृति से)
$\angle POS = 90° - \angle ROS$ …(1)
$\angle QOS = \angle ROS + \angle QOR$ (आकृति से)
$\angle QOS = \angle ROS + 90°$ …..(2)
समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,
$\angle QOS - \angle POS = (\angle ROS + 90°) - (90° - \angle ROS)$
$\angle QOS - \angle POS = \angle ROS + 90° - 90° + \angle ROS$
$(\angle QOS - \angle POS) = 2 \angle ROS$
$\frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS) = \angle ROS$
अतः $\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$
Proved.

प्रश्न 6.
यह दिया है कि $\angle XYZ = 64°$ है और XY को बिन्दु P तक बढ़ाया गया है। दी। हुई सूचना से एक आकृति खींचिए। यदि

किरण YQ, ∠ZYP को समद्विभाजित करती है तो ∠XYQ और प्रतिवर्ती ∠QYP के मान ज्ञात कीजिए।



हल :

दी गई सूचना से आकृति खींचना :

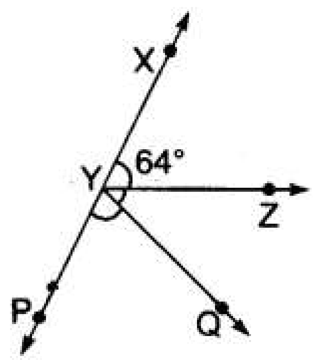
(i) एक किरण YZ खींची।

(ii) किरण YZ के बिन्दु Y पर ∠XYZ = 64° खींचा।

(iii) XY को बिन्दु P तक बढ़ाकर रेखा XYP खींची।

तत्पश्चात् दूसरी आकृति बनाकर बिन्दु Y से किरण YQ इस प्रकार खींची कि किरण YQ, ∠ZYP को समद्विभाजित करे।

निर्दिष्ट कोणों की माप की गणना :



(i) ∠XYQ

∠XYZ की कोण-रेखा XY को बिन्दु P तक बढ़ाया गया है।

XYP एक ऋजु रेखा है।

तब, ∠XYZ और ∠ZYP कोणों का युग्म एक रैखिक युग्म है।

∠XYZ + ∠ZYP = 180°

64° + ∠ZYP = 180° (दिया है ∠XYZ = 64°)

∠ZYP = 180° – 64° = 116°

किरण YQ, ∠ZYP को समद्विभाजित करती है।

∠ZYQ = ∠QYP और ∠ZYQ + ∠QYP = 116°

हल करने पर, ∠ZYQ = 58° और ∠QYP = 58° …(1)

अब चूँकि ∠XYQ = ∠XYZ + ∠ZYQ (आकृति से)

= 64° + 58° = 122°

अतः ∠XYQ = 122°

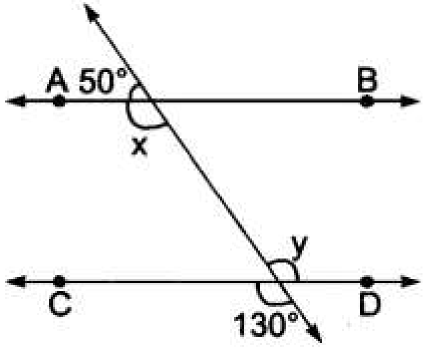
(ii) प्रतिवर्ती ∠QYP समीकरण (1) से,

∠QYP = 58° प्रतिवर्ती ∠QYP = 360° – 58° = 302°

अत: प्रतिवर्ती ∠QYP = 302°

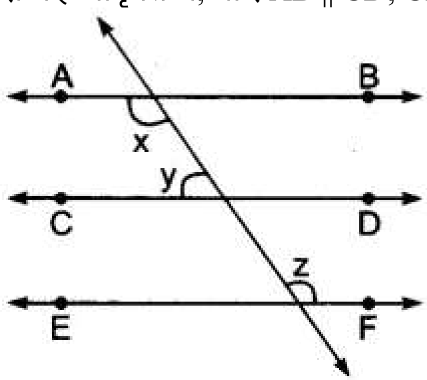
प्रश्नावली 6.2

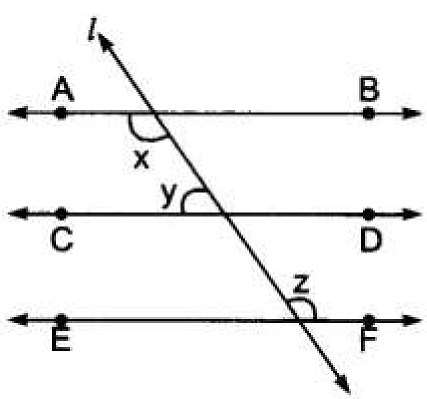
प्रश्न 1.
दी गई आकृति में, और y के मान ज्ञात कीजिए और फिर दर्शाइए कि AB || CD है।



हल :
दी गई आकृति में ऋजु रेखा AB पर एक तिर्यक (तिरछी) रेखा 50° के कोण पर झुकी है। तब, यह 50° का कोण और ∠x एक रैखिक (कोण) युग्म बनाते हैं।
$50° + \angle x = 180°$
$\angle x = 180° – 50° = 130°$
पुनः ऋजु रेखा CD को एक अन्य तिर्यक ऋजु रेखा काटती है।
∠y और चित्र में बना 130° के कोण शीर्षाभिमुख कोण युग्म के कोण हैं जिससे
$\angle y = 130°$
∠x और ∠y एकान्तर अन्त:कोण हैं और परस्पर बराबर भी हैं।
यह समान्तर रेखाओं को तिर्यक रेखा के काटने से बनेंगे
अत: ऋजु रेखा AB || CD

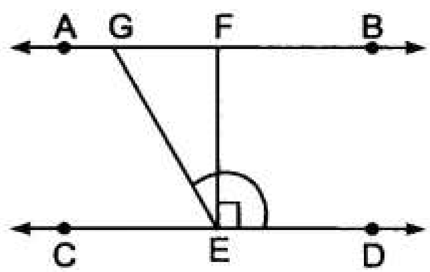
प्रश्न 2.
दी गई आकृति में, यदि AB || CD; CD || EF और y : 2 = 3: 7 है। तो x का मान ज्ञात कीजिए।





हल :
दी गई आकृति में AB || CD और CD || EF
AB || EF
अब चूँकि AB || EF को एक तिर्यक ऋजु रेखा l काटती है जिससे एकान्तर कोण $\angle x$ और $\angle y$ बनते हैं।
$\angle x = \angle y$ ……(1)
AB || CD और एक तिर्यक रेखा l इन्हें काटती है जिससे $\angle x$ और $\angle y$, तिर्यक रेखा l के एक ही ओर बने अन्त:कोण हैं।
$\angle x + \angle y = 180°$ …(2)
तब समीकरण (1) व समीकरण (2) से,
$\angle y + \angle z = 180°$ ……..(3)
y : 2 = 3 : 7 तब माना y = 3k तथा z = 7k
y और z के ये मान समीकरण (3) में रखने पर,
$3k + 7k = 180°$
$\Rightarrow 10k = 180°$
$\Rightarrow k = 18°$
$z = 7k = 7 \times 18° = 126°$
समीकरण (1) से,
$\angle x = \angle z$ और $z = 126°$.
$\angle x = 126°$
अतः $x = 126°$

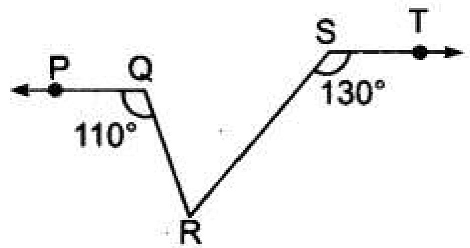
प्रश्न 3.
दी गई आकृति में, यदि AB || CD, EF ⊥ CD और $\angle GED = 126°$ हो तो $\angle AGE$, $\angle GEF$ और $\angle FGE$ ज्ञात कीजिए।

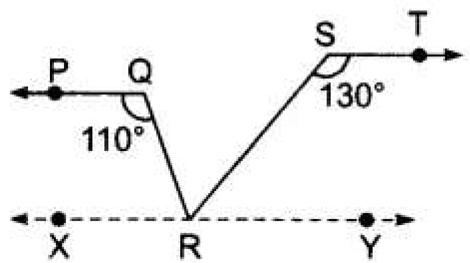


हल :
AB || CD और GE एक तिर्यक रेखा है।
$\angle AGE = \angle GED$ (एकान्तर कोण)
$\Rightarrow \angle AGE = 126°$ ($\angle GED = 126°$)
$\Rightarrow \angle GED = 126°$
$\Rightarrow \angle GEF + \angle FED = 126°$
$\Rightarrow \angle GEF + 90° = 126°$ ($\angle ZFED = 90°$)
$\Rightarrow \angle GEF = 126° - 90° = 36°$
$\Rightarrow \angle GEF = 36°$
पुनः AB एक ऋजु रेखा है और GE, उससे बिन्दु G पर मिलती है।
$\angle AGE$ और $\angle FGE$ एक रैखिक कोण-युग्म बनाते हैं।
$\angle AGE + \angle FGE = 180°$
$\Rightarrow 126° + \angle FGE = 180°$ ($\angle AGE = 126°$ अभी ऊपर ज्ञात किया है।)
$\Rightarrow \angle FGE = 180° - 126°$

⇒ ∠FGE = 54°
अतः ∠AGE = 126°, ∠GEF = 36° और ∠FGE = 54°

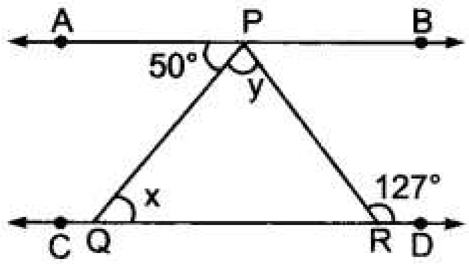
प्रश्न 4.
दी गई आकृति में, यदि PQ || ST, ∠PQR = 110° और ∠RST = 130° हो तो ∠QRS ज्ञात कीजिए।





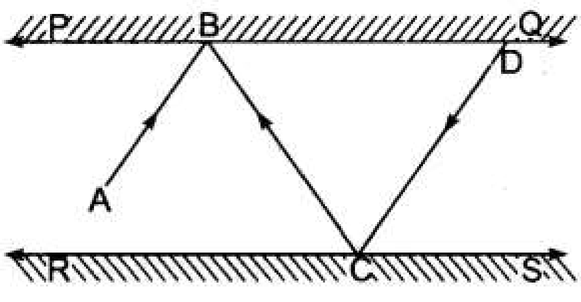
हल :
दिया है : दी गई आकृति में PQ || ST , ∠PQR = 110° तथा ∠RST = 130°
ज्ञात करना है : ∠QRS की माप।
रचना : बिन्दु R से PQ के समान्तर एक ऋजु रेखा XY खींची।
विश्लेषण : PQ || XY (रचना से) और QR तिर्यक रेखा है जो इन्हें Q तथा R पर काटती है।
∠PQR और ∠QRX, QR के एक ही ओर बने अन्त: कोण हैं।
∠PQR + ∠QRX = 180°
⇒ ∠QRX = 180° – ∠PQR = 180° – 110° (ZPQR = 110°)
⇒ ∠QRX = 70°
अब :: PQ || XY रचना से और PQ || ST दिया है।
ST || XY
ST || XY और RS तिर्यक रेखा है।
∠SRY और ∠RST तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्त: कोण हैं।
∠SRY + ∠RST = 180°
⇒ ∠SRY + 130° = 180° (∠RST = 130°)
⇒ ∠SRY = 180° – 130°
⇒ ∠SRY = 50°
पुनः ∠QRX, ∠QRS और ∠SRY एक ही ऋजु रेखा के बिन्दु R पर रेखा XY के एक ही ओर बने हैं।
∠QRX + ∠QRS + ∠SRY = 180° (आकृति से)
⇒ 70° + ∠QRS + 50° = 180°
⇒ ∠QRS = 180° – 70° – 50° = 60°
अतः ∠QRS = 60°

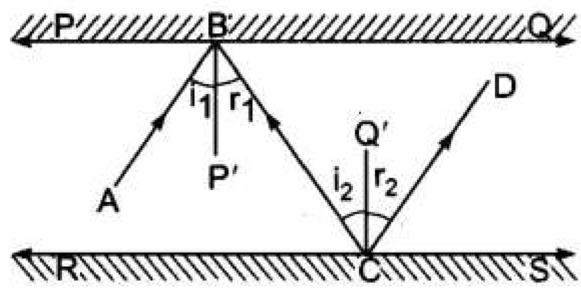
प्रश्न 5.
दी गई आकृति में, यदि AB || CD, ∠APQ = 50° और ∠PRD = 127° है तो x और y ज्ञात कीजिए।



हल :
दिया है : ऋजु रेखा AB || CD, ∠APQ = 50° और ∠PRD = 127°
ज्ञात करना है : x तथा y
विश्लेषण : AB|| CD और PQ एक तिर्यक रेखा है।
∠APQ = ∠PQR (एकान्तर कोण युग्म)
50° = x
x = 50°
पुनः AB || CD और PR एक तिर्यक रेखा है।
∠APR = ∠PRD (एकान्तर कोण युग्म)
∠APQ + ∠QPR = ∠PRD (∠APR = ∠APQ + ∠QPR, चित्र से)
50° + y = 127°
y = 127° – 50° = 77°
अतः x = 50° और y = 77°

प्रश्न 6.
दी गई आकृति में P और RS दो दर्पण हैं जो एक-दूसरे के समान्तर रखे गए हैं। एक आपतन किरण (Incident Ray) AB, दर्पण PQ से B पर टकराती है और परावर्तित किरण (Reflected Ray) पथ BC पर चलकर दर्पण RS से C पर टकराती है तथा पुनः CD के अनुदिश परावर्तित हो जाती है। सिद्ध कीजिए कि AB || CD है।



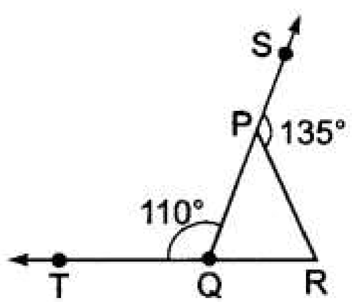


हल :
दिया है : दर्पण PQ || दर्पण RS तथा AB और BC दर्पण PQ के लिए क्रमशः आपतित और परावर्तित किरणें हैं। दर्पण RS के लिए आपतित किरण BC तथा परावर्तित किरण CD है।

BP’ दर्पण PQ के बिन्दु B पर तथा CQ’ दर्पण RS के बिन्दु C पर अभिलम्ब हैं।
सिद्ध करना है : AB || CD
उपपत्ति : BP’, बिन्दु B पर अभिलम्ब है;
अतः BP’ ⊥ PQ
और CQ’, बिन्दु C पर अभिलम्ब है;
अतः CQ ⊥ RS
PQ || RS
उक्त तीनों तथ्यों से BP’ || CQ’ और BC तिर्यक रेखा है।
∠P’BC = ∠Q’CB (एकान्तर कोण)
$\angle r_1 = \angle i_2$ …..(1)
परावर्तन के नियमों से,
$\angle i_1 = \angle r_1$ …..(2)
$\angle i_2 = \angle r_2$ ……(3)
समीकरण (1), (2) व (3) से,
$\angle i_1 = \angle r_2$
समीकरण (1) व समीकरण (4) को जोड़ने पर,
$\angle(i_1 + r_1) = \angle(i_2 + r_2)$
∠ABC = ∠BCD
परन्तु ये AB तथा CD को BC द्वारा प्रतिच्छेद करने से निर्मित समान एकान्तर कोण हैं।
अत: AB || CD
Proved.

प्रश्नावली 6.3

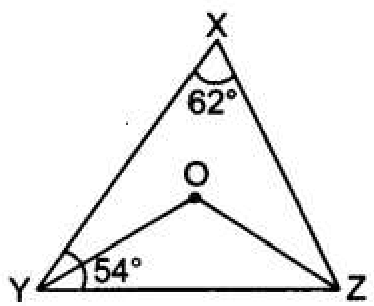
प्रश्न 1.
दी गई आकृति में ΔPQR की भुजाओं QP और RQ को क्रमशः बिन्दुओं S और T तक बढ़ाया गया है। यदि ∠SPR = 135° है और ∠PQT = 110° है तो ∠PRQ ज्ञात कीजिए।



हल :
ΔPQR की भुजा QP को बिन्दु S तक बढ़ाया गया है जिससे
बहिष्कोण ∠SPR = ∠PQR + ∠PRQ . (किसी त्रिभुज का एक बहिष्कोण उसके अन्तः अभिमुख कोणों के योगफल के बराबर होता है।)
परन्तु दिया है :
∠SPR = 135°
∠SPR = 135°
∠PQR + ∠PRQ = 135° …….(1)
पुनः ΔPQR की भुजा RQ को बिन्दु T तक बढ़ाया गया है जिससे
बहिष्कोण ∠PQT = ∠QPR + ∠PRQ

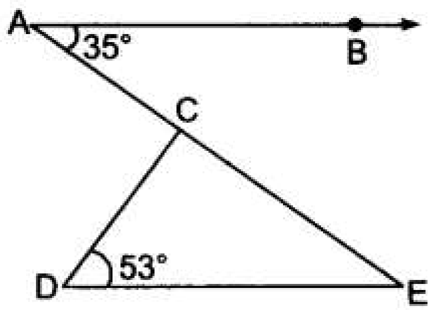
(किसी त्रिभुज का एक बहिष्कोण उसके अन्तः अभिमुख कोणों के योगफल के बराबर होता है।)
परन्तु ज्ञात है कि
$\angle PQT = 110^\circ$
$\angle QPR + \angle PRQ = 110^\circ$ …….(2)
समीकरण (1) व समीकरण (2) को जोड़ने पर,
$\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ + \angle PRQ = 245^\circ$ …(3)
परन्तु ΔPQR में,
$\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ = 180^\circ$ (त्रिभुज के अन्त:कोणों का योग 180° होता है।)
समीकरण (3) से (4) को घटाने पर,
$\angle PRQ = 65^\circ$
अतः $\angle PRQ = 65^\circ$

प्रश्न 2.
दी गई आकृति में, $\angle X = 62^\circ$ और $\angle XYZ = 54^\circ$ है। यदि YO और ZO क्रमशः ΔXYZ के $\angle XYZ$ और $\angle XZY$ के समद्विभाजक हैं तो $\angle OZY$ और $\angle YOZ$ ज्ञात कीजिए।



हल :
ΔXYZ में,
$\angle X + \angle XYZ + \angle XZY = 180^\circ$ (त्रिभुज के अन्त:कोणों का योग 180° होता है)
$62^\circ + 54^\circ + \angle XZY = 180^\circ$
$\Rightarrow \angle XZY = 180^\circ - (62^\circ + 54^\circ) = 180^\circ - 116^\circ$
$\Rightarrow \angle XZY = 64^\circ$
YO, $\angle XYZ$ का और ZO, $\angle XZY$ का समद्विभाजक है।
$\angle OYZ = \frac{1}{2}\angle XYZ$ और $\angle OZY = \frac{1}{2}\angle XZY$
$\Rightarrow \angle OYZ = \frac{1}{2}x\ 54^\circ$ और $\angle OZY = \frac{1}{2}x\ 64^\circ$
$\Rightarrow \angle OYZ = 27^\circ$ और $\angle OZY = 32^\circ$
तब, ΔOYZ में, $\angle OYZ + \angle OZY + \angle YOZ = 180^\circ$
(त्रिभुज के अन्त:कोणों का योग 180° होता है।)
$27^\circ + 32^\circ + \angle YOZ = 180^\circ$
$\Rightarrow \angle YOZ = 180^\circ - (27^\circ + 32^\circ) = 180^\circ - 59^\circ$
$\Rightarrow \angle YOZ = 121^\circ$
अतः $\angle OZY = 32^\circ$
तथा $\angle YOZ = 121^\circ$

प्रश्न 3.
दी गई आकृति में, यदि $AB \parallel DE$, $\angle BAC = 35^\circ$ और $\angle CDE = 53^\circ$ है तो $\angle DCE$ ज्ञात कीजिए।



हल :

AB || DE और ऋजु रेखा AE इन्हें काटती है।

तब, ∠BAE = ∠AED (एकान्तर कोण)

परन्तु ∠BAE = ∠BAC और ∠AED = ∠CED

∠BAC = ∠CED

⇒ 35° = ∠CED

⇒ ∠CED = 35°

तब, ΔCDE में,

∠CDE + ∠CED + ∠DCE = 180° (त्रिभुज के अन्त:कोणों का योग 180° होता है।)

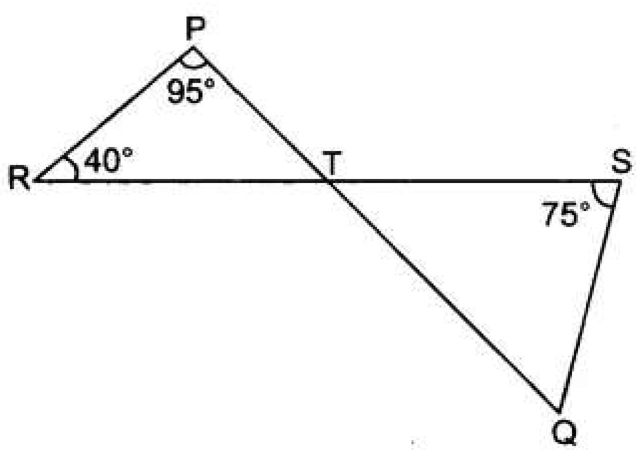
⇒ 53° + 35° + ∠DCE = 180°

⇒ ∠DCE = 180° – (53° + 35°) = 180° – 88° = 92°

अत: ∠DCE = 92°

प्रश्न 4.

दी गई आकृति में यदि रेखाएँ PQ और RS बिन्दु T पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती हैं कि ∠PRT = 40°, ∠RPT = 95° और ∠TSQ = 75° है तो ∠SQT ज्ञात कीजिए।



हल :

ΔPRT में,

∠PRT + ∠RPT + ∠PTR = 180° (त्रिभुज के अन्त:कोणों का योग 180° होता है।)

⇒ 40° + 95° + ∠PTR = 180°

⇒ ∠PTR = 180° – (95° + 40°) = 180° – 135°

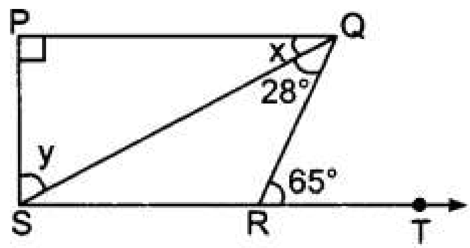
⇒ ∠PTR = 45°

ऋजु रेखाएँ PQ और RS परस्पर बिन्दु T पर प्रतिच्छेद करती हैं।

∠QTS = ∠PTR (शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle QTS = 45°$
$\angle PTR = 45°$
अब, ΔQTS में, $\angle QTS + \angle TSQ + \angle SQT = 180°$
(त्रिभुज के अन्त:कोणों का योग 180° होता है।)
$45° + 75° + \angle SQT = 180°$
$\Rightarrow \angle SQT = 180° – (45° + 75°) = 180° – 120° = 60°$
अतः
$\angle SQT = 60°$

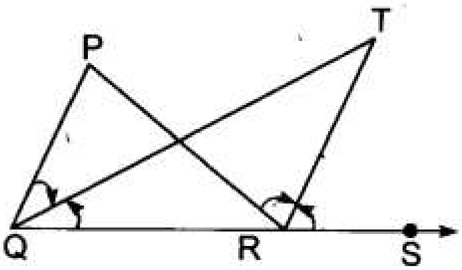
प्रश्न 5.
दी गई आकृति में, यदि $PQ \perp PS$, $PQ \parallel SR$, $\angle SQR = 28°$ और $\angle QRT = 65°$ है तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



हल :
ΔQRS में $\angle QRT$ बहिष्कोण है।
$\angle SQR + \angle QSR = \angle QRT$ (किसी त्रिभुज का एक बहिष्कोण उसके अन्तः अभिमुख कोणों के योगफल के बराबर होता है।)
$28° + \angle QSR = 65°$
$\Rightarrow \angle QSR = 65° – 28° = 37°$
अब, $PQ \parallel SR$ और QS एक तिर्यक प्रतिच्छेदी रेखा है,
$\angle PQS = \angle QSR$ (एकान्तर कोण)
$x = 37°$
$PQ \perp PS$
$\angle P = 90°$
ΔPQS में $\angle P + \angle PQS + \angle PSQ = 180°$ (त्रिभुज के अन्त: कोणों का योग 180° होता है।)
$90° + x + y = 180°$
$\Rightarrow x + y = 90°$
$\Rightarrow 37° + y = 90°$
$\Rightarrow y = 90° – 37° = 53°$
$x = 37°$ तथा $y = 53°$

प्रश्न 6.
दी गई आकृति में ΔPQR की भुजा QR को बिन्दु S तक बढ़ाया P गया है। यदि $\angle PQR$ और $\angle PRS$ के समद्विभाजक बिन्दु T पर मिलते हैं तो सिद्ध कीजिए कि $\angle QTR = \frac{1}{2}$

$\angle QPR$



हल :

ΔPQR में,

$\angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR = 180°$

तथा ΔTQR में,

$\angle TQR + \angle QRT + \angle QTR = 180°$ (त्रिभुज के अन्त:कोणों का योग 180° होता है।)

$\angle TQR + \angle QRT + \angle QTR = \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR$

$\angle TQR + (\angle PRQ + \angle PRT) + \angle QTR = \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR$ [$\therefore \angle QRT = \angle PRQ + \angle PRT$]

$\angle TQR + \angle PRQ + \angle PRT + \angle QTR = \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR$

$\angle TQR + \angle PRT + \angle QTR = \angle PQR + \angle QPR$ …….(1)

QT, $\angle PQR$ का समद्विभाजक है।

$\angle TQR = \frac{1}{2}\angle PQR \Rightarrow \angle PQR = 2\angle TQR$ ……..(2)

समीकरण (1) वे समीकरण (2) से,

$\angle TQR + \angle PRT + \angle QTR = 2\angle TQR + \angle QPR$

$\angle PRT + \angle QTR = \angle TQR + \angle QPR$

RT, $\angle PRS$ का समद्विभाजक है।

$\angle PRT = \frac{1}{2}\angle PRS$

और $\angle PRS$, ΔPQR का बहिष्कोण है।

$\angle PRS = \angle PQR + \angle QPR$ (किसी त्रिभुज का एक बहिष्कोण उसके अन्तः अभिमुख कोणों के योगफल के बराबर होता है।)

$\angle PRS = 2\angle TQR + \angle QPR$ [समीकरण (2) से] …(4)

$\angle PRT = \frac{1}{2}\angle PRS = \frac{1}{2}(2\angle TQR + \angle QPR)$ [समीकरण (4) से

$\angle PRT = \angle TQR + \frac{1}{2}\angle QPR$ …(5)

समीकरण (3) में से समीकरण (5) को घटाने पर,

$\angle QTR = \angle QPR - \frac{1}{2}\angle QPR$

$\angle QTR = \frac{1}{2}\angle QPR$

Proved.